Απαντήσεις Μαθηματικά -πανελλήνιες 2026 –επαλ

Θέμα Α

Α1. Σελ. 65 σχ. βιβλίο .

Α2. Σελ. 87 σχ. Βιβλίο.

Α3. Σελ.27 σχ. Βιβλίο.

Α4.

α) Λ , **β)** Σ, **γ)** Σ, **δ)** Λ , **ε)** Σ

Θέμα Β

$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 1, x \in R$

Β1. $f'(x) = \left(\frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 1\right)' = \frac{1}{3} \cdot 3x^2 - 2x - 3 = x^2 - 2x - 3\ , x\epsilon R$

Β2. $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$ οπότε Δ=16 και $x_1 = 3$ ή $x_2 = -1$

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$		↗		↘		↗	

Τ. μεγ.   Τ. Ελ.

Η f είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα $(-\infty, -1]$

Η f είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $[-1,3]$

Η f είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα $[3, +\infty)$

Η f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο για x=3, το $f(3) = -8$

Η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο για x=-1, το $f(-1) = \frac{8}{3}$

Β3. Η εφαπτομένη τη f στο $A(0,1)$ είναι της μορφής $y = \lambda x + \beta$, με $\lambda = f'(0) = -3$

(ε): $y = -3x + \beta$ και διέρχεται από το σημείο Α.

Άρα (ε): $1 = -3 \cdot 0 + \beta \Leftrightarrow \beta = 1$, οπότε (ε): $y = -3x + 1$

Β4. $\lim_{x\to -1} \frac{f'(x)}{x+1} = \lim_{x\to -1} \frac{x^2-2x-3}{x+1} = \lim_{x\to -1} \frac{(x+1)(x-3)}{x+1} = \lim_{x\to -1}(x-3) = -4$

Θέμα Γ

Γ1. $\bar{x} = 4 \Leftrightarrow \frac{4+5+4+k+0+3+7}{7} = 4 \Leftrightarrow \frac{23+k}{7} = 4 \Leftrightarrow 23 + k = 28 \Leftrightarrow k = 5$

Γ2. 0,3,4,4,5,5,7 είναι περιττό πλήθος άρα $\delta = 4$

Γ3. $s^2 = \frac{(0-4)^2+(3-4)^2+(4-4)^2+(4-4)^2+(5-4)^2+(5-4)^2+(7-4)^2}{7} = \frac{16+1+0+0+1+1+9}{7} = \frac{28}{7} = 4$

Γ4. $s = \sqrt{s^2} = \sqrt{4} = 2$

$CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{2}{4} = 50\% > 10\%$ άρα το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

Θέμα Δ

Δ1. $E = x \cdot y = 100 \Leftrightarrow y = \frac{100}{x}$, με $x, y > 0$

$\Pi = 2x + 2y \Leftrightarrow \Pi(x) = 2x + \frac{200}{x}, x > 0$

Δ2. $\Pi'(x) = \left(2x + \frac{200}{x}\right)' = 2 - \frac{200}{x^2} = \frac{2x^2-200}{x^2}, x > 0$

$\Pi'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{2x^2-200}{x^2} = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 200 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 100 \Leftrightarrow x = 10$

x	0	10	$+\infty$
$\Pi'(x)$	-	0	+
$\Pi(x)$	$\searrow$	Ελ.	$\nearrow$

Το ορθογώνιο έχει ελάχιστη περίμετρο για $x = 10$, οπότε $y = \frac{100}{10}$=10 ,και αφού $x = y = 10$ άρα τετράγωνο.

Δ3. $x_1, x_2 \in (0,10)$με $x_1 < x_2 \Leftrightarrow \Pi(x_1) > \Pi(x_2)$ αφού Π γνησίως φθίνουσα στο διάστημα αυτό.

Άρα $\Pi(x_1) - \Pi(x_2) > 0$ και $x_1 - x_2 < 0$ οπότε $A = \frac{\Pi(x_1)-\Pi(x_2)}{x_1-x_2} < 0$

Δ4. $\lim\limits_{x\to 10} \frac{\Pi'(x)}{\sqrt{10x}-10} = \lim\limits_{x\to 10} \frac{\frac{2x^2-200}{x^2}}{\sqrt{10x}-10} = \lim\limits_{x\to 10} \frac{2(x-10)(x+10)(\sqrt{10x}-10)}{x^2(10x-100)} = \lim\limits_{x\to 10} \frac{2(x-10)(x+10)(\sqrt{10x}+10)}{10x^2(x-10)} = \frac{4}{5}$