

**Θέμα Α**

**A1.** Σελ. 65 σχ. βιβλίο .

**A2.** Σελ. 87 σχ. Βιβλίο.

**A3.** Σελ.27 σχ. Βιβλίο.

**A4.**

**α) Λ , β) Σ, γ) Σ, δ) Λ , ε) Σ**

**Θέμα Β**

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 1, x \in R$$

**B1.**  $f'(x) = \left(\frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 1\right)' = \frac{1}{3} \cdot 3x^2 - 2x - 3 = x^2 - 2x - 3, x \in R$

**B2.**  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$  οπότε  $\Delta=16$  και  $x_1 = 3$  ή  $x_2 = -1$

$x$	$-\infty$	$-1$	$3$	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗		↘		↗
	Τ. μεγ.		Τ. Ελ.		

Η  $f$  είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα  $(-\infty, -1]$

Η  $f$  είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα  $[-1,3]$

Η  $f$  είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα  $[3, +\infty)$

Η  $f$  παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο για  $x=3$ , το  $f(3) = -8$

Η  $f$  παρουσιάζει τοπικό μέγιστο για  $x=-1$ , το  $f(-1) = \frac{8}{3}$

**B3.** Η εφαπτομένη τη  $f$  στο  $A(0, 1)$  είναι της μορφής  $y = \lambda x + \beta$  , με  $\lambda = f'(0) = -3$

(ε):  $y = -3x + \beta$  και διέρχεται από το σημείο A.

Άρα (ε):  $1 = -3 \cdot 0 + \beta \Leftrightarrow \beta = 1$ , οπότε (ε):  $y = -3x + 1$

**B4.**  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f'(x)}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2-2x-3}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x-3)}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} (x-3) = -4$

**Θέμα Γ**

**Γ1.**  $\bar{x} = 4 \Leftrightarrow \frac{4+5+4+k+0+3+7}{7} = 4 \Leftrightarrow \frac{23+k}{7} = 4 \Leftrightarrow 23 + k = 28 \Leftrightarrow k = 5$

**Γ2.** 0,3,4,4,5,5,7 είναι περιττό πλήθος άρα  $\delta = 4$

**Γ3.**  $s^2 = \frac{(0-4)^2+(3-4)^2+(4-4)^2+(4-4)^2+(5-4)^2+(5-4)^2+(7-4)^2}{7} = \frac{16+1+0+0+1+1+9}{7} = \frac{28}{7} = 4$

**Γ4.**  $s = \sqrt{s^2} = \sqrt{4} = 2$

$$CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{2}{4} = 50\% > 10\% \text{ \u03c1\u03ac \u03c4\u03bf \u03b4\u03b5\u03b9\u03b3\u03bc\u03b1 \u03b4\u03b5\u03bd \u03b5\u03b9\u03bd\u03b1\u03b9 \u03cc\u03bc\u03b9\u03cc\u03b3\u03b5\u03bd\u03b5\u03c2.}$$

### \u0398\u03b5\u03bc\u03b1 \u0394

$$\Delta 1. E = x \cdot y = 100 \Leftrightarrow y = \frac{100}{x}, \text{ \u03bc\u03b5 } x, y > 0$$

$$\Pi = 2x + 2y \Leftrightarrow \Pi(x) = 2x + \frac{200}{x}, x > 0$$

$$\Delta 2. \Pi'(x) = \left(2x + \frac{200}{x}\right)' = 2 - \frac{200}{x^2} = \frac{2x^2 - 200}{x^2}, x > 0$$

$$\Pi'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{2x^2 - 200}{x^2} = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 200 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 100 \Leftrightarrow x = 10$$

x	0	10	$+\infty$
$\Pi'(x)$	-	0	+
$\Pi(x)$			

\u0395\u03bb.

\u0398\u03bf \u03cc\u03c1\u03b8\u03cc\u03b3\u03c9\u03bd\u03b9\u03bf \u03b5\u03c7\u03c7\u03b5\u03b9 \u03b5\u03bb\u03ac\u03c7\u03b9\u03c3\u03c4\u03b7 \u03c0\u03b5\u03c1\u03b9\u03bc\u03b5\u03c4\u03c1\u03bf \u03b3\u03b9\u03b1  $x = 10$ , \u03cc\u03c0\u03cc\u03c4\u03b5  $y = \frac{100}{10} = 10$ , \u03ba\u03b9 \u03b1\u03c6\u03cc\u03c5  $x = y = 10$  \u03b1\u03c1\u03b1 \u03c4\u03b5\u03c4\u03c1\u03ac\u03b3\u03c9\u03bd\u03bf.

\u0394 3.  $x_1, x_2 \in (0, 10)$  \u03bc\u03b5  $x_1 < x_2 \Leftrightarrow \Pi(x_1) > \Pi(x_2)$  \u03b1\u03c6\u03cc\u03c5  $\Pi$  \u03b3\u03b7\u03bd\u03b9\u03c3\u03b9\u03c9\u03c2 \u03c6\u03b8\u03b9\u03bd\u03bf\u03c5\u03c3\u03b1 \u03c3\u03c4\u03bf \u03b4\u03b9\u03ac\u03c3\u03c4\u03b7\u03bc\u03b1 \u03b1\u03c5\u03c4\u03cc.

\u0386\u03c1\u03b1  $\Pi(x_1) - \Pi(x_2) > 0$  \u03ba\u03b9  $x_1 - x_2 < 0$  \u03cc\u03c0\u03cc\u03c4\u03b5  $A = \frac{\Pi(x_1) - \Pi(x_2)}{x_1 - x_2} < 0$

$$\Delta 4. \lim_{x \rightarrow 10} \frac{\Pi'(x)}{\sqrt{10x} - 10} = \lim_{x \rightarrow 10} \frac{\frac{2x^2 - 200}{x^2}}{\sqrt{10x} - 10} = \lim_{x \rightarrow 10} \frac{2(x-10)(x+10)(\sqrt{10x}-10)}{x^2(10x-100)} = \lim_{x \rightarrow 10} \frac{2(x-10)(x+10)(\sqrt{10x}+10)}{10x^2(x-10)} = \frac{4}{5}$$